

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Учебно-методическое объединение по педагогическому образованию

УТВЕРЖДАЮ

Первый заместитель Министра
образования Республики Беларусь
_____ А.Г.Баханович

Регистрационный № _____

ВЫСШАЯ АЛГЕБРА

**Примерная учебная программа по учебной дисциплине
для специальности**
6-05-0113-04 Физико-математическое образование
(информатика; математика и информатика; математика и физика)

СОГЛАСОВАНО

Председатель учебно-методического
объединения по педагогическому
образованию

_____ А.И.Жук

СОГЛАСОВАНО

Начальник Главного управления
профессионального образования
Министерства образования
Республики Беларусь

_____ С.Н.Пищов

СОГЛАСОВАНО

Начальник Главного управления
общего среднего, дошкольного
и специального образования
Министерства образования
Республики Беларусь

_____ М.С.Киндиренко

СОГЛАСОВАНО

Проректор по научно-методической
работе Государственного учреждения
образования «Республиканский
институт высшей школы»

_____ И.В.Титович

Эксперт-нормоконтролер

СОСТАВИТЕЛЬ:

О.А.Баркович, доцент кафедры математики и методики преподавания математики учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат физико-математических наук, доцент

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Кафедра высшей алгебры и защиты информации Белорусского государственного университета (протокол № 11 от 28.06.2023);

Д.В.Грицук, заведующий кафедрой прикладной математики и информатики учреждения образования «Брестский государственный университет имени А.С.Пушкина», кандидат физико-математических наук, доцент

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ПРИМЕРНОЙ:

Кафедрой математики и методики преподавания математики физико-математического факультета учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка» (протокол № 11 от 28.04.2023);

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка» (протокол № 7 от 11.07.2023);

Научно-методическим советом по физико-математическому и технологическому образованию учебно-методического объединения по педагогическому образованию (протокол № 2 от 12.07.2023)

Ответственный за редакцию: О.А.Баркович

Ответственный за выпуск: О.А.Баркович

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Примерная учебная программа по учебной дисциплине «Высшая алгебра» разработана для учреждений высшего образования Республики Беларусь в соответствии с требованиями образовательного стандарта общего высшего образования по специальности 6-05-0113-04 Физико-математическое образование (информатика; математика и информатика; математика и физика).

Целью учебной дисциплины является подготовка высококвалифицированного преподавателя алгебры, способного обучать учащихся средней школы на высоком научном и методическом уровне.

Задачи учебной дисциплины:

- ознакомление студентов с современным алгебраическим языком и символикой;
- формирование навыков изложения доказательств алгебраических утверждений и решения типовых алгебраических задач;
- развитие логического мышления, интуиции и формирование математической культуры студентов.

Содержание программы рассчитано на междисциплинарную взаимосвязь с учебными дисциплинами «Аналитическая геометрия», «Математический анализ» и является базой для изучения учебных дисциплин «Алгебраические структуры и теория чисел», «Алгебра многочленов и расширения полей» и «Алгебраические методы в защите информации».

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

знать:

- основные алгебраические структуры, определения и теоремы высшей алгебры;

уметь:

- приводить примеры основных алгебраических понятий;
- выполнять операции над комплексными числами, многочленами и матрицами;
- решать системы линейных уравнений;
- находить ранг матриц, миноры и алгебраические дополнения, корни многочленов;
- приводить действительную квадратичную форму к каноническому виду;

владеть:

- методами изложения доказательств алгебраических утверждений;
- методами решения типовых алгебраических задач;
- исследовательскими навыками, целостным и междисциплинарным подходами при решении алгебраических задач.

Воспитательное значение учебной дисциплины «Высшая алгебра» заключается в формировании у обучающихся математической культуры и научного мировоззрения; развитии исследовательских умений, аналитических

способностей, креативности, необходимых для решения научных и практических задач; развитию познавательных способностей и активности: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности; формировании способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации.

Освоение содержания учебной дисциплины «Высшая алгебра» должно обеспечить формирование **базовой профессиональной компетенции**: владеть классическими разделами математических дисциплин для осуществления учебно-исследовательской деятельности.

В рамках образовательного процесса по данной учебной дисциплине студент должен приобрести не только теоретические и практические знания, умения и навыки по специальности, но и развить свой ценностно-личностный, духовный потенциал, сформировать качества патриота и гражданина, готового к активному участию в экономической, производственной, социально-культурной и общественной жизни страны.

Примерная учебная программа по учебной дисциплине «Высшая алгебра» рассчитана на 216 учебных часов, из них 100 часов – аудиторных. Примерное распределение аудиторных часов по видам занятий: лекции – 36 часов, практические занятия – 64 часа.

Рекомендуемые формы промежуточной аттестации – экзамен, зачет.

ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

№	Наименование раздела, темы	Всего аудиторных часов	из них	
			лекции	практические
РАЗДЕЛ 1. ВВЕДЕНИЕ В ВЫСШУЮ АЛГЕБРУ		50	18	32
1.1	Арифметика целых чисел	12	4	8
1.2	Комплексные числа	12	4	8
1.3	Многочлены от одной переменной	14	6	8
1.4	Группы, кольца, поля	12	4	8
РАЗДЕЛ 2. ЭЛЕМЕНТЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ		50	18	32
2.1	Матрицы и операции над ними	10	4	6
2.2	Определители и их применение	10	4	6
2.3	Квадратичные формы	8	2	6
2.4	Системы линейных уравнений	10	4	6
2.5	Линейные пространства	12	4	8
Итого:		100	36	64

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

РАЗДЕЛ 1. ВВЕДЕНИЕ В ВЫСШУЮ АЛГЕБРУ

Тема 1.1. Арифметика целых чисел

Понятие делимости целых чисел. Простейшие свойства делимости. Наибольший общий делитель (НОД). Теорема о делении с остатком. Арифметика остатков. Алгоритм Евклида. Линейное представление НОД. Решение линейных уравнений в целых числах. Взаимно простые числа, критерий взаимной простоты.

Простые и составные числа, бесконечность множества простых чисел. Основная теорема арифметики. Каноническое разложение натурального числа на простые множители.

Тема 1.2. Комплексные числа

Алгебраическая форма комплексного числа. Сопряженные комплексные числа. Операции над комплексными числами в алгебраической форме. Извлечение квадратного корня. Решение квадратных уравнений.

Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Тригонометрическая форма комплексного числа. Равенство комплексных чисел в тригонометрической форме.

Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме. Формула Муавра. Извлечение корней из комплексных чисел. Двучленные уравнения. Геометрическая интерпретация операций над комплексными числами. Корни из единицы. Первообразные корни из единицы и их свойства.

Тема 1.3. Многочлены от одной переменной

Операции над многочленами. Степени суммы и произведения двух многочленов. Делимость многочленов и ее свойства. НОД многочленов. Алгоритм Евклида. Теорема о делении многочленов с остатком. Линейное представление НОД многочленов. Взаимно простые многочлены. Критерий взаимной простоты.

Неприводимые многочлены. Разложение многочленов на неприводимые множители. Кратные множители многочлена, критерий. Корни многочленов. Схема Горнера. Основная теорема алгебры. Разложение многочленов над \mathbb{C} в произведение линейных множителей. Формулы Виета. Каноническое разложение многочленов над \mathbb{R} . Рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами.

Тема 1.4. Группы, кольца, поля

Алгебраическая операция. Свойства алгебраической операции. Нейтральный и симметричный элементы множества относительно алгебраической операции.

Группы, простейшие свойства, примеры. Конечные группы. Таблица Кэли. Циклические группы. Группа корней из единицы. Группа вращений правильного многоугольника. Группа симметрий правильного треугольника.

Кольца, простейшие свойства колец, примеры. Числовые кольца. Кольцо многочленов. Эквивалентные определения поля. Простейшие свойства полей. Поле комплексных чисел.

РАЗДЕЛ 2. ЭЛЕМЕНТЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ

Тема 2.1. Матрицы и операции над ними

Понятие матрицы. Операции сложения матриц, умножения матриц на число, произведения матриц и их свойства. Перестановочные матрицы. Многочлен от матрицы. Транспонирование суммы и произведения матриц. Аддитивная группа симметрических матриц. Кольцо квадратных матриц.

Элементарные преобразования строк матрицы. Приведение матрицы к ступенчатому виду. Ранг матрицы. Понятие обратной матрицы. Нахождение обратной матрицы с помощью элементарных преобразований строк.

Тема 2.2. Определители и их применение

Определители матриц второго и третьего порядков. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам строки (столбца). Свойства определителей. Применение свойств определителей к их вычислению. Формула для нахождения обратной матрицы. Теорема о базисном миноре. Вычисление ранга матрицы методом окаймляющих миноров.

Тема 2.3. Квадратичные формы

Определение квадратичной формы, ее матрица и ранг. Матричная запись квадратичной формы. Преобразование матрицы квадратичной формы при линейной замене переменных. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции. Положительно определенные квадратичные формы, критерий Сильвестра. Применение квадратичных форм к исследованию линий и поверхностей второго порядка.

Тема 2.4. Системы линейных уравнений

Системы линейных уравнений. Элементарные преобразования систем линейных уравнений. Эквивалентные системы. Критерии совместности и неопределенности системы линейных уравнений. Метод Гаусса последовательного исключения неизвестных, его реализация в матричной форме.

Невырожденные системы линейных уравнений. Матричные уравнения. Матричный метод решения невырожденных систем линейных уравнений. Правило Крамера решения невырожденных систем линейных уравнений.

Тема 2.5. Линейные пространства

Определение линейного пространства. Линейное пространство геометрических векторов. Трехмерное линейное (арифметическое) пространство. Линейные пространства матриц и многочленов.

Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Эквивалентные системы векторов. Базис и ранг системы векторов. Линейная оболочка системы векторов как подпространство.

Ранг матрицы как размерность линейной оболочки ее строк (столбцов). Эквивалентность разных определений ранга.

Базис и размерность линейного пространства. Разложение вектора по базису. Координаты вектора. Связь между координатами вектора в разных базисах. Матрица перехода.

Однородные системы линейных уравнений, условия существования ненулевых решений. Множество решений однородной системы линейных уравнений как подпространство. Фундаментальная система решений. Связь между решениями однородной и неоднородной систем линейных уравнений.

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**ЛИТЕРАТУРА****Основная литература**

1. Алгебра и аналитическая геометрия : учеб. для студентов мат. специальностей вузов : в 2 ч. / М. В. Милованов [и др.]. – Минск : Амалфея, 2001. – Ч. 1. – 401 с.
2. Алгебра и аналитическая геометрия : учеб. для студентов мат. специальностей вузов : в 2 ч. / М. В. Милованов [и др.]. – Минск : Амалфея, 2001. – Ч. 2. – 353 с.
3. Курош, А. Г. Курс высшей алгебры : учебник для вузов / А. Г. Курош. – 24-е изд., стер. – СПб. : Лань, 2023. – 432 с.
4. Фаддеев, Д. К. Лекции по алгебре : учеб. пособие для вузов / Д. К. Фаддеев. – 8-е изд., стер. – СПб. : Лань, 2022. – 416 с.
5. Фаддеев, Д. К. Задачи по высшей алгебре / Д. К. Фаддеев, И. С. Соминский – 17-е изд., стер. – СПб. : Лань, 2022. – 288 с.

Дополнительная литература

6. Крючков, Н. И. Сборник заданий по алгебре : учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / Н. И. Крючков, В. В. Крючкова. – М. : Издательский центр «Академия», 2007. – 192 с.
7. Монахов, В. С. Алгебра и теория чисел: практикум: учеб. пособие для студентов учреждений, обеспечивающих получение высш. образования по мат. специальностям : в 2 ч. / В. С. Монахов, А. В. Бузланов. – Минск : Белорус. гос. ун-т, 2007. – 260 с.
8. Проскуряков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для вузов / И. В. Проскуряков. – 16-е изд., стер. – СПб. : Лань, 2022. – 476 с.
9. Шнеперман, Л. Б. Сборник задач по алгебре и теории чисел : учеб. пособие физ.-мат. специальностей вузов / Л. Б. Шнеперман. – Минск : Дизайн ПРО, 2000. – 240 с.
10. Элементы линейной алгебры : [учеб. пособие для вузов] / Р. Ф. Апатенок [и др.] – Минск : Выш. шк., 1977. – 256 с.

РЕКОМЕНДУЕМЫЕ ФОРМЫ И МЕТОДЫ ОБУЧЕНИЯ

Для освоения данной учебной дисциплины предусмотрены следующие формы работы: лекции, практические занятия, самостоятельное изучение материала. На лекциях излагается теоретический материал учебной дисциплины. Основная цель практических занятий заключается в применении теоретических знаний содержания лекций, дополнительных источников для коррекции и контроля знаний.

Рекомендуемые методы обучения: сообщение преподавателя, эвристическая беседа, метод проблемных ситуаций, консультирование, самостоятельная работа с учебной литературой, репродуктивный метод.

ПЕРЕЧЕНЬ РЕКОМЕНДУЕМЫХ СРЕДСТВ ДИАГНОСТИКИ

Текущий контроль знаний осуществляется посредством устных фронтальных опросов, диагностических работ, контрольных и самостоятельных работ, отчетов по проектам.

Промежуточный контроль – экзамен и зачет – предполагают ответы на теоретические вопросы и выполнение практического задания.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ И ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Каждая тема программы позволяет организовать творческую самостоятельную работу студентов, которая будет содействовать становлению преподавателя-исследователя, владеющего значительным творческим потенциалом. Содержание и формы самостоятельной работы студентов разрабатываются соответствующими кафедрами учреждения высшего образования в соответствии с целями и задачами подготовки специалиста.

Самостоятельная работа студентов подразумевает изучение основной и дополнительной литературы по предмету, участие в творческих проектах, позволяющих выявить индивидуальную траекторию развития и подготовки к профессиональной деятельности.

Особое внимание необходимо обращать на организацию индивидуальной работы студентов под руководством преподавателя. Рекомендуется разработка системы индивидуальных заданий, которые студент должен выполнить на основе образцов, рассмотренных на лекциях и практических занятиях.