

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

Учебно-методическое объединение по образованию  
в области информатики и радиоэлектроники

**УТВЕРЖДАЮ**

Первый заместитель Министра образования  
Республики Беларусь

\_\_\_\_\_ И.А. Старовойтова

\_\_\_\_\_

Регистрационный № ТД-\_\_\_\_\_ /тип.

**ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ И КОМПЬЮТЕРНАЯ АЛГЕБРА**

Типовая учебная программа по учебной дисциплине  
для специальности

**1-53 01 02 Автоматизированные системы обработки информации**

**СОГЛАСОВАНО**

Председатель Учебно-методического  
объединения по образованию в  
области информатики и  
радиоэлектроники

\_\_\_\_\_ В.А. Богуш

\_\_\_\_\_

**СОГЛАСОВАНО**

Начальник Главного управления  
профессионального образования  
Министерства образования  
Республики Беларусь

\_\_\_\_\_ С.А. Касперович

\_\_\_\_\_

**СОГЛАСОВАНО**

Проректор по научно-методической  
работе Государственного учреждения  
образования «Республиканский  
институт высшей школы»

\_\_\_\_\_ И.В. Титович

\_\_\_\_\_

Эксперт-нормоконтролер

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**СОСТАВИТЕЛЬ**

В.С.Муха, профессор кафедры информационных технологий автоматизированных систем учреждения образования «Белорусский государственный университета информатики и радиоэлектроники», доктор технических наук, профессор

**РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

Кафедра математического моделирования и анализа данных Белорусского государственного университета (протокол № 1 от 30.08.2022);

В.В.Апанасович, профессор кафедры системного анализа и компьютерного моделирования Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ:**

Кафедрой информационных технологий автоматизированных систем учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники» (протокол № 1 от 12.09.2022);

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники» (протокол № 1 от 23.09.2022);

Научно-методическим советом по разработке программного обеспечения и информационно-коммуникационным технологиям Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники (протокол № 1 от 16.09.2022)

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

### ХАРАКТЕРИСТИКА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Типовая учебная программа по учебной дисциплине «Вычислительные методы и компьютерная алгебра» разработана для студентов учреждений высшего образования, обучающихся по специальности 1-53 01 02 Автоматизированные системы обработки информации в соответствии с требованиями образовательного стандарта высшего образования I ступени и типового учебного плана вышеуказанной специальности.

Учебная дисциплина «Вычислительные методы и компьютерная алгебра» является важной составляющей в системе подготовки инженеров технических специальностей высших учебных заведений. Особо важное значение она имеет для специальности 1-53 01 02 Автоматизированные системы обработки информации, поскольку изучает методы обработки одного из видов информации, а именно, математической информации, представленной как в численной, так и в символьной формах.

### ЦЕЛЬ, ЗАДАЧИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель учебной дисциплины: освоение существующих методов численного и символьного решения математических задач: методов обработки математической информации, необходимых для построения и анализа математических моделей реально существующих технических и технологических объектов, систем и процессов.

Задачи учебной дисциплины:

приобретение знаний в области существующих численных и символьных методов решения математических задач;

изучение принципов, лежащих в основе численных методов;

приобретение навыков ручного и компьютерного применения численных и символьных методов;

овладение методами анализа погрешностей отдельных вычислительных задач и вычислительного процесса в целом.

Базовыми учебными дисциплинами для учебной дисциплины «Вычислительные методы и компьютерная алгебра» являются «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» и «Математический анализ». В свою очередь учебная дисциплина «Вычислительные методы и компьютерная алгебра» является базой для таких учебных дисциплин, как «Статистические методы обработки данных», «Анализ многомерных данных» (учебная дисциплина компонента учреждения высшего образования).

## ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ОСВОЕНИЯ СОДЕРЖАНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

В результате изучения учебной дисциплины «Вычислительные методы и компьютерная алгебра» формируется следующая базовая профессиональная компетенция: применять вычислительные и аналитические методы для решения прикладных задач.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен:

*знать:*

основы теории погрешностей;

основные численные методы;

*уметь:*

выполнять анализ распространения погрешностей в процессе вычислений;

выполнять программную реализацию численных методов;

выбирать существующие программные средства в области вычислительной математики;

*владеть:*

навыками использования существующих пакетов программ и программных систем, реализующих численные методы.

В рамках образовательного процесса по учебной дисциплине «Вычислительные методы и компьютерная алгебра» студент должен приобрести не только теоретические и практические знания, умения и навыки по специальности, но и развить свой ценностно-личностный, духовный потенциал, сформировать качества патриота и гражданина, готового к активному участию в экономической, производственной, социально-культурной и общественной жизни страны.

Типовая учебная программа рассчитана на 108 учебных часов, из них – 48 аудиторных. Примерное распределение аудиторных часов по видам занятий: лекции – 32 часа, лабораторные занятия – 16 часов.

## ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

Наименование раздела, темы	Всего аудиторных часов	Лекции	Лабораторные занятия
<b>Раздел 1. Математические модели. Численные методы. Погрешности вычислений</b>	<b>8</b>	<b>4</b>	<b>4</b>
Тема 1. Математические модели и моделирование	4	2	2
Тема 2. Погрешности вычислений	4	2	2
<b>Раздел 2. Решение систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)</b>	<b>8</b>	<b>4</b>	<b>4</b>
Тема 3. Постановка задачи решения СЛАУ. Метод Гаусса	4	2	2
Тема 4. Метод Гаусса с выбором главного элемента. Метод Гаусса-Зейделя. Обращение матрицы	4	2	2
<b>Раздел 3. Аппроксимация функций</b>	<b>8</b>	<b>4</b>	<b>4</b>
Тема 5. Аппроксимация функций. Интерполирование функций. Интерполяционные полиномы Лагранжа и Ньютона	4	2	2
Тема 6. Погрешность интерполирования	4	2	2
<b>Раздел 4. Численное интегрирование</b>	<b>8</b>	<b>4</b>	<b>4</b>
Тема 7. Постановка задачи численного интегрирования. Методы прямоугольников, трапеций, Симпсона	4	2	2
Тема 8. Интерполяционные квадратурные формулы	4	2	2
<b>Раздел 5. Решение нелинейных уравнений</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	-
Тема 9. Постановка задачи численного решения нелинейных уравнений. Методы решения	4	4	-
<b>Раздел 6. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	-
Тема 10. Постановка задачи. Метод рядов Тейлора	2	2	-
Тема 11. Метод Рунге-Кутты	2	2	-
<b>Раздел 7. Решение систем обыкновенных дифференциальных уравнений</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	-
Тема 12. Постановка задачи. Методы решения	4	4	-
<b>Раздел 8. Символьные вычисления</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	-
Тема 13. Системы символьных вычислений	2	2	-
Тема 14. Символьные вычисления в Matlab	2	2	-
<b>Итого:</b>	<b>48</b>	<b>32</b>	<b>16</b>

## **СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА**

### **Раздел 1. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ. ПОГРЕШНОСТИ ВЫЧИСЛЕНИЙ**

#### **Тема 1. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И МОДЕЛИРОВАНИЕ**

Математические модели и моделирование. Этапы численного решения задач на ЭВМ. Виды погрешностей решения задач.

#### **Тема 2. ПОГРЕШНОСТИ ВЫЧИСЛЕНИЙ**

Погрешности арифметических операций. Графы арифметических операций. Распространение погрешностей в вычислениях.

### **Раздел 2. РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ (СЛАУ)**

#### **Тема 3. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ РЕШЕНИЯ СЛАУ. МЕТОД ГАУССА**

Постановка задачи решения СЛАУ. Классификация методов решения. Описание метода Гаусса. Расчетные формулы метода Гаусса.

#### **Тема 4. МЕТОД ГАУССА С ВЫБОРОМ ГЛАВНОГО ЭЛЕМЕНТА. МЕТОД ГАУССА-ЗЕЙДЕЛЯ. ОБРАЩЕНИЕ МАТРИЦЫ**

Погрешность метода Гаусса. Метод Гаусса с выбором главного элемента. Метод Гаусса-Зейделя. Расчетные формулы метода Гаусса-Зейделя. Сходимость метода Гаусса-Зейделя. Графическая иллюстрация метода Гаусса-Зейделя. Обращение матрицы.

### **Раздел 3. АППРОКСИМАЦИЯ ФУНКЦИЙ**

#### **Тема 5. АППРОКСИМАЦИЯ ФУНКЦИЙ. ИНТЕРПОЛИРОВАНИЕ ФУНКЦИЙ. ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫЕ ПОЛИНОМЫ ЛАГРАНЖА И НЬЮТОНА**

Понятие аппроксимации функций. Постановка задачи интерполирования функций. Интерполяционные полиномы Лагранжа и Ньютона.

#### **Тема 6. ПОГРЕШНОСТЬ ИНТЕРПОЛИРОВАНИЯ**

Погрешность интерполирования. Наилучший выбор узлов интерполирования.

### **Раздел 4. ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ**

#### **Тема 7. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ЧИСЛЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ. МЕТОДЫ ПРЯМОУГОЛЬНИКОВ, ТРАПЕЦИЙ, СИМПСОНА**

Постановка задачи численного интегрирования. Метод прямоугольников. Погрешность метода прямоугольников. Метод трапеций. Погрешность метода трапеций. Метод Симпсона.

## Тема 8. ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫЕ КВАДРАТУРНЫЕ ФОРМУЛЫ

Интерполяционные квадратурные формулы. Интерполяционные квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности. Квадратурные формулы Гаусса-Лежандра, Гаусса-Лагерра, Гаусса-Эрмита.

## Раздел 5. РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

### Тема 9. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ

Постановка задачи численного решения нелинейных уравнений. Методы деления отрезка пополам, хорд, простой итерации, Ньютона, секущих.

## Раздел 6. РЕШЕНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

### Тема 10. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. МЕТОД РЯДОВ ТЕЙЛОРА

Постановка задачи. Метод рядов Тейлора. Метод Эйлера.

### Тема 11. МЕТОД РУНГЕ-КУТТА

Методы Рунге-Кутты 2-го порядка. Метод Рунге-Кутты 4-го порядка.

## Раздел 7. РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

### Тема 12. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ

Постановка задачи. Приведение дифференциального уравнения  $n$ -го порядка к системе дифференциальных уравнений 1-го порядка. Метод Эйлера. Метод Рунге-Кутты 2-го порядка. Метод Рунге-Кутты 4-го порядка.

## Раздел 8. СИМВОЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

### Тема 13. СИСТЕМЫ СИМВОЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Понятие символьных вычислений. Системы символьных вычислений. Выполнение символьных операций в Matlab: создание символьных переменных, создание группы символьных переменных, создание списка символьных переменных, вывод символьного выражения, упрощение выражений.

### Тема 14. СИМВОЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ В МАТЛАВ

Вычисление производных. Вычисление интегралов. Вычисление сумм рядов. Вычисление пределов. Разложение функции в ряд Тейлора. Вычисление определителя матрицы, обращение матрицы.

**ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ****ЛИТЕРАТУРА****ОСНОВНАЯ**

1. Муха, В. С. Вычислительные методы и компьютерная алгебра : учебно-методическое пособие / В. С. Муха. – 2-е изд., испр. и доп. – Минск : БГУИР, 2010. – 148 с.
2. Муха, В. С. Вычислительные методы и компьютерная алгебра : лабораторный практикум для студентов специальности 1-53 01 02 Автоматизированные системы обработки информации / В. С. Муха, Т. В. Служанова. – Минск : БГУИР, 2003. – 84 с.
3. Мак-Кракен, Д. Численные методы и программирование на Фортране / Д. Мак-Кракен, У. Дорн. – Москва : Мир, 1978. – 583 с.
4. Гусак, А. А. Элементы методов вычислений / А. А. Гусак. – Минск : Университетское, 1982. – 166 с.
5. Вержбицкий, В. М. Численные методы. Линейная алгебра и нелинейные уравнения : учебное пособие для вузов. – Москва : Высшая школа, 2000. – 266 с.
6. Вержбицкий, В. М. Численные методы. Математический анализ и обыкновенные дифференциальные уравнения : учебное пособие для вузов / В. М. Вержбицкий. – Москва : Высшая школа, 2001. – 382 с.
7. Бахвалов, Н. С. Численные методы / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. – Москва : Наука, 1988. – 636 с.
8. Калиткин, Н. Н. Численные методы / Н. Н. Калиткин. – Москва : Наука, 1978. – 600 с.
9. Плис, А. И. Лабораторный практикум по высшей математике / А. И. Плис, Н. А. Сливина. – Москва : Высшая школа, 1983. – 208 с.
10. Шуп, Т. Е. Прикладные численные методы в физике и технике / Т. Е. Шуп. – Москва : Высшая школа, 1990. – 225 с.
11. Корн, Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров. Определения, теоремы, формулы / Г. Корн, Т. Корн. – Москва : Книга по Требованию, 2014. – 832 с.
12. Муха, В. С. Введение в MATLAB : методическое пособие для выполнения лабораторных работ по курсам «Статистические методы обработки данных» и «Теория автоматического управления» для специальности 1-53 01 02 Автоматизированные системы обработки информации / В. С. Муха, В. А. Птичкин. – Минск : БГУИР, 2002. – 98 с.
13. Дьяконов, В. П. MATLAB 5.0/5.3. Система символьной математики / В. П. Дьяконов, И. В. Абраменкова. – Москва : Нолидж, 1999. – 640 с.
14. Дьяконов, В. П. Mathematica 4 с пакетами расширений / В. П. Дьяконов. – Москва : Нолидж, 2000. – 880 с.
15. Кетков, Ю. Л. MATLAB 6.x : программирование численных методов / Ю. Л. Кетков, А. Ю. Кетков, М. М. Шульц. – Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2004. – 672 с.



16. Шуп, Т. Е. Решение инженерных задач на ЭВМ : практическое руководство / Т. Е. Шуп. – Москва : Мир, 1982. – 284 с.
17. Мудров, А. Е. Численные методы для ПЭВМ на языках Бейсик, Фортран, Паскаль / А. Е. Мудров. – Томск : Раско, 1991. – 272 с.
18. Дьяконов, В. П. Справочник по алгоритмам и программам на языке Бейсик для персональных ЭВМ / В. П. Дьяконов. – Москва : Наука, 1989. – 240 с.
19. Муха, В. С. Вычислительные методы и компьютерная алгебра : учебно-методическое пособие для студентов специальности 1-53 01 02 Автоматизированные системы обработки информации / В. С. Муха. – Минск : БГУИР, 2006. – 127 с.

#### ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ

20. Березин, И. С. Методы вычислений : в 2 т. / И. С. Березин, Н. П. Жидков. – Москва : Наука, 1962. – Т.1. – 464 с. ; 1966. – Т. 2. – 296 с.
21. Крылов, В. И. Вычислительные методы : в 2 т. / В. И. Крылов, В. В. Бобков, П. И. Монастырский. – Москва : Наука, 1976. – Т. 1. – 304 с. ; 1977. – Т. 2. – 400 с.
22. Крылов, В. И. Справочная книга по численному интегрированию / В. И. Крылов, Л. Т. Шульгина. – Москва : Наука, 1966. – 370 с.
23. Мысовских, И. П. Интерполяционные кубатурные формулы / И. П. Мысовских. – Москва : Наука, 1981. – 336 с.
24. Фаддеев, Д. К. Вычислительные методы линейной алгебры / Д. К. Фаддеев, В. Н. Фаддеева. – Москва : Физматгиз, 1963. – 655 с.
25. Форсайт, Дж. Машинные методы математических вычислений / Дж. Форсайт, М. Малькольм, К. Моулер. – Москва : Мир, 1980. – 280 с.
26. Копченков, Н. В. Вычислительная математика в примерах и задачах / Н. В. Копченков, И. А. Марон. – Москва : Наука, 1972. – 368 с.
27. Волков, Е. А. Численные методы / Е. А. Волков. – Москва : Наука, 1982. – 249 с.
28. Самарский, А. А. Численные методы / А. А. Самарский, А. В. Гулин. – Москва : Наука, 1989. – 432 с.

#### МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ И ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

При изучении учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы самостоятельной работы:

- изучение лекционного материала;
- изучение рекомендованной литературы;
- подготовка к выполнению и выполнение заданий лабораторных занятий.

## ПЕРЕЧЕНЬ РЕКОМЕНДУЕМЫХ СРЕДСТВ ДИАГНОСТИКИ КОМПЕТЕНЦИЙ СТУДЕНТА

Типовым учебным планом по специальности 1-53 01 02 Автоматизированные системы обработки информации в качестве формы промежуточной аттестации по учебной дисциплине «Вычислительные методы и компьютерная алгебра» рекомендуется зачет. Оценка учебных достижений студента производится по системе «зачтено/не зачтено».

Для текущего контроля по учебной дисциплине и диагностики компетенций студентов могут использоваться следующие формы:

- устный опрос;
- защита результатов выполнения практических занятий;
- выполнение теста.

## РЕКОМЕНДУЕМЫЕ МЕТОДЫ (ТЕХНОЛОГИИ) ОБУЧЕНИЯ

Основные рекомендуемые методы (технологии) обучения, отвечающие целям и задачам учебной дисциплины:

- элементы проблемного обучения (проблемное изложение, частично-поисковый метод), реализуемые на лекционных занятиях;
- элементы учебно-исследовательской деятельности, творческого подхода, реализуемые на лабораторных и практических занятиях;
- компьютерное моделирование и программирование.

## ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ТЕМ ЛАБОРАТОРНЫХ ЗАНЯТИЙ

1. Работа в системе математических расчетов Matlab;
2. Решение систем линейных алгебраических уравнений;
3. Интерполирование функций;
4. Численное интегрирование;
5. Решение нелинейных уравнений;
6. Решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.

## ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЬЮТЕРНЫХ ПРОГРАММ (необходимого оборудования, наглядных пособий и др.)

1. Программное средство MATLAB 7.1 и выше.